Диагностика по математике

Подготовка к ЕГЭ, профильный уровень

Имя: _____ Дата: _____

Этот тест нужен не для оценки, а чтобы понять, какие темы уже получаются, а какие стоит подтянуть. Решай без калькулятора и не переживай, если что-то не выходит: пропускай и иди дальше. В заданиях с кратким ответом запиши ответ в строку «Ответ». В открытых вопросах пиши своими словами.

Время: около 60–75 минут.

Арифметика

Засеки время: начало _____ конец _____

Задание 1. Вычислите:

$$68 \cdot 507 - 29 \cdot 94 + 706 \cdot (4153 - 4028)$$

Ответ: _____

Задание 2. Вычислите:

$$\frac{\left(3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 6 - 2\frac{1}{4} : \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} \cdot 3 : 1\frac{1}{4}}$$

Ответ: _____

Теория вероятностей

Задание 3. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет больше 9. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____

Задание 4. На контрольной ученик решает две задачи. Вероятность того, что он решит первую задачу, равна 0,9, а вторую — 0,7. Задачи решаются независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что ученик решит ровно одну задачу.

Ответ: _____

Задание 5. В школьной благотворительной лотерее 100 билетов. На 1 билет выпадает выигрыш 1000 рублей, на 5 билетов — по 200 рублей, на 20 билетов — по 50 рублей, остальные билеты без выигрыша. Найдите математическое ожидание выигрыша на один купленный билет (в рублях).

Ответ: _____

Текстовые задачи

Задание 6. Катер прошёл 36 км по течению реки за 2 часа, а обратный путь против течения — за 3 часа. Найдите скорость течения реки (в км/ч).

Ответ: _____

Задание 7. Смешали 4 литра 15-процентного раствора соли и 6 литров 25-процентного раствора соли. Какова концентрация (в процентах) получившегося раствора?

Ответ: _____

Тригонометрия

Задание 8. Найдите значение выражения $\dfrac{24\cos 127^\circ}{\sin 37^\circ}$.

Ответ: _____

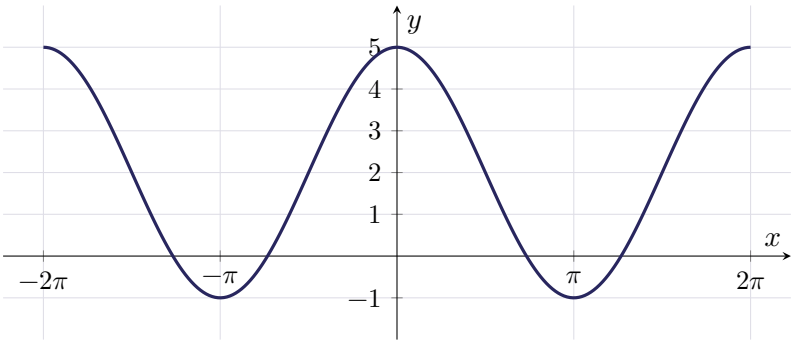
Задание 9. Найдите $5\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\dfrac{3\pi}{2};\, 2\pi\right)$.

Ответ: _____

Задание 10. Решите уравнение $\cos\dfrac{\pi(x-1)}{3} = \dfrac{1}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

Ответ: _____

Задание 11. На рисунке изображён график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.



Ответ: _____

Задание 12. Найдите значение производной функции $y = 4\cos x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

Ответ: _____

Логарифмы

Задание 13. Найдите значение выражения $\log_3 54 - \log_3 2 + 5^{\log_5 4}$.

Ответ: _____

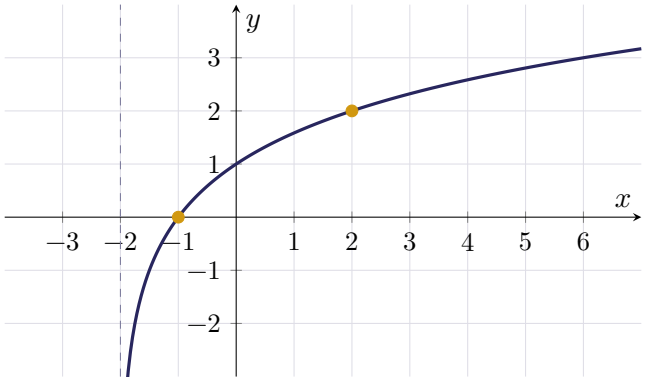
Задание 14. Найдите $\log_a \dfrac{a^3}{b^2}$, если $\log_a b = 4$.

Ответ: _____

Задание 15. Решите уравнение $\log_2(5-x) = 3$.

Ответ: _____

Задание 16. На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_2(x + b)$. Найдите $f(14)$.



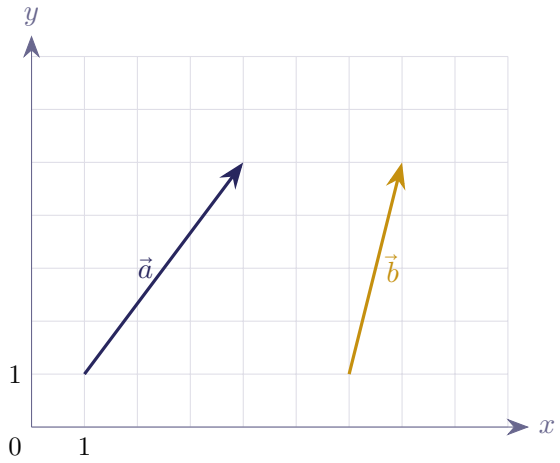
Ответ: _____

Задание 17. Найдите значение производной функции $y = 6 \ln x$ в точке $x_0 = 3$.

Ответ: _____

Векторы

Задание 18. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 2\vec{b}$.



Ответ: _____

Неравенства

Задание 19. Решите неравенство

$$\frac{(x^2 - 12x + 36)(x + 1)}{x - 4} \leq 0.$$

В ответе укажите наибольшее целое решение.

Ответ: _____

Задание 20. *Открытый вопрос.* Ученик решил неравенство $\dfrac{(x-2)^2}{x+3} > 0$ и получил ответ $x > -3$. Прав ли он? Если нет, объясните, в чём ошибка, и запишите правильный ответ.

Планиметрия

Задание 21. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 15$, $\cos B = 0{,}8$. Найдите AC.

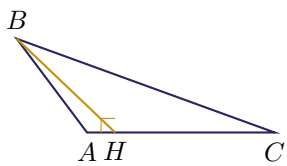
Ответ: _____

Задание 22. Выберите верные утверждения и запишите их номера.

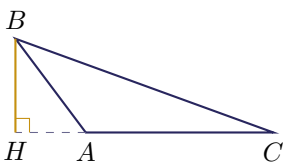
1) Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.
2) Около любого четырёхугольника можно описать окружность.
3) Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.
4) Медиана делит треугольник на два треугольника равной площади.
5) Диагонали ромба равны.
6) Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180^\circ \cdot (n-2)$.
7) Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы.
8) В любой треугольник можно вписать окружность.
9) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
10) Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ: _____

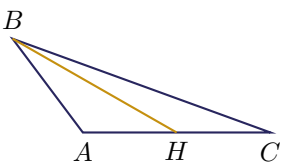
Задание 23. В треугольнике ABC угол A тупой. Из вершины B проведена высота BH. На каком рисунке она изображена правильно?



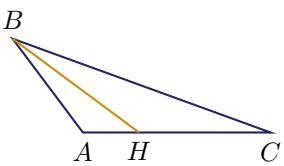
1)



2)



3)



4)

Ответ: _____

Задание 24. *Задача:* в треугольнике ABC биссектриса угла A пересекает описанную около треугольника окружность в точке W. Докажите, что $WB = WC$.

Решать задачу не нужно. Какая идея понадобится в первую очередь?

А) теорема Пифагора

Б) равенство вписанных углов, опирающихся на одну дугу

В) теорема косинусов

Г) свойство биссектрисы: она делит противоположную сторону пропорционально прилежащим сторонам

Ответ: _____

Стереометрия

Задание 25. В цилиндрический сосуд налили воду, её уровень достиг 12 см. Воду перелили в другой цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше. На какой высоте (в см) будет находиться уровень воды во втором сосуде?

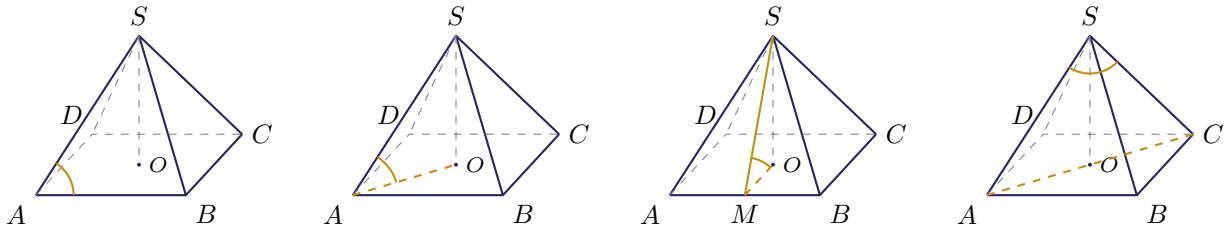
Ответ: _____

Задание 26. Выберите верные утверждения и запишите их номера.

1) Объём пирамиды равен трети произведения площади основания на высоту.
2) Через любые три точки проходит единственная плоскость.
3) Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.
4) Две прямые, параллельные одной плоскости, параллельны между собой.
5) Объём шара радиуса R равен $\frac{4}{3}\pi R^3$.
6) Площадь сферы радиуса R равна $4\pi R^2$.
7) Скрещивающиеся прямые лежат в одной плоскости.
8) Боковые грани правильной пирамиды — равные равнобедренные треугольники.
9) Если две плоскости параллельны третьей плоскости, то они параллельны между собой.
10) Объём конуса равен $\pi R^2 h$.

Ответ: _____

Задание 27. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$, O — центр основания, M — середина ребра AB. На каком рисунке правильно отмечен угол между боковым ребром SA и плоскостью основания?



Ответ: _____

Задание 28. *Задача:* в правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 6, а высота равна 4. Найдите угол между плоскостью боковой грани SBC и плоскостью основания.

Решать задачу не нужно. С чего нужно начать?

А) найти угол SBO

Б) провести апофему SK к ребру BC (K — середина BC) и рассмотреть угол SKO

В) найти угол SBC в треугольнике SBC

Г) применить теорему косинусов к треугольнику SBC

Ответ: _____

Экономика

Задание 29. *Открытый вопрос.* Банк предлагает взять кредит на 2 года на одну и ту же сумму под один и тот же процент, но с разными схемами погашения:

- **аннуитетная:** каждый месяц платишь одинаковую сумму;
- **дифференцированная:** каждый месяц долг уменьшается на одну и ту же сумму, а платёж постепенно уменьшается.

Объясните своими словами:

1) Чем отличаются эти два способа погашения?
2) При какой схеме переплата по кредиту будет меньше и почему?

Готово! Спасибо, что прошёл тест. Разберём результаты вместе.